

# APPORTS DE LA CLASSIFICATION DANS L'ANALYSE DES GRAPHES DE GRANDE TAILLE

Saïd KAROUACH(\*), Bernard DOUSSET(\*\*)

[said.karouach@unilog.fr](mailto:said.karouach@unilog.fr), [dousset@irit.fr](mailto:dousset@irit.fr)

(\*) Unilog, groupe LogicaCMG, Le parc du Millénaire, Bât. C2, Avenue Escadrille Normandie-Niemen, 31700 Blagnac (France)

(\*\*) Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, IRIT-SIG, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 9 (France),

## Mots clés :

Réseau d'acteurs, réseau sémantique, graphe, alliance, morphing, position stratégique, analyse relationnelle, classification.

## Keywords:

Actors Network, semantic network, graph, alliance, morphing, strategic position, relational analysis, classification.

## Palabras clave :

Red de los agentes, red semántica, gráfico, alianza, morphing, posición estratégica, análisis emparentado, clasificación.

## Résumé

En intelligence économique, l'information synthétique prend souvent une forme relationnelle. Liens entre acteurs du domaine, réseaux sémantiques, alliances, fusions, acquisitions, collaborations, cooccurrences de tous ordres. La représentation de ce type d'information par des graphes au dessin optimisé a comme principal avantage d'être assimilable par des non spécialistes de l'analyse de données. Mais, bien souvent, ces graphes sont trop complexes pour être étudiés dans leur globalité, il faut alors : soit les décomposer en sous-graphes, soit les simplifier en un graphe réduit dont les sommets représentent chacun un groupe distinct d'acteurs ou de termes du domaine. La classification est alors une aide précieuse pour réaliser ce type de transformation. Dans une première version de notre prototype de manipulation de graphe associé à notre plate-forme Tétralogie dédiée au traitement des données textuelles, nous avons implémenté à cet effet une technique de Markov Clustering qui nous permet à la fois d'obtenir des classes homogènes et le graphe réduit dont les sommets sont les classes obtenues. Cette technique de classification basée sur l'analyse spectrale tient compte en partie de la topologie du graphe, mais elle impose un nombre de classe a priori. Nous l'avons aménagée pour pouvoir intervenir sur le nombre de classes (augmentation, diminution), mais celui-ci reste assez aléatoire. D'autre part, nous avons constaté que la technique pour réaliser le dessin, basée sur la notion d'attraction et de répulsion, permettait, en fonction des réglages choisis, de faire apparaître des grappes assimilables aux classes recherchées. Aussi, avons-nous eu l'idée de réaliser les dessins en 3D (meilleure migration des sommets), de modifier interactivement les paramètres gérant la mobilité et de chercher à obtenir des regroupements pouvant être visuellement validés. Il ne rest plus alors qu'à appeler une méthode de classification standard appliquée à la distance euclidienne des sommets dans l'espace 3D de tracé, pour générer et décrire automatiquement les classes détectées de visu. Cette technique prend en compte la topologie du graphe (diamètre, centralité, adjacence, flux, ...) tout en s'appliquant à une métrique algébrique classique : la distance. Nous développons dans cet article cette approche supervisée qui permet d'adapter facilement le critère de classification aux caractéristiques intrinsèques du graphe à étudier. Enfin, nous abordons aussi le problème de la classification des graphes évolutifs en prenant plus ou moins en compte la dimension temporelle.

# 1 Introduction

Les graphes sont d'excellents outils pour représenter les données relationnelles qu'elles soient statiques ou évolutives. Actuellement le seul écueil reste la complexité. En effet, tant que le nombre  $n$  de sommets ne dépasse pas quelques centaines et que le nombre d'arêtes reste raisonnable ( $2$  à  $4n$ ), la lecture est facile et l'interprétation des structures mises à jour assez intuitive. Tout se complique ensuite, et c'est souvent le cas en analyse textuelle, notamment pour les graphes de relations entre acteurs (auteurs, inventeurs, sociétés, laboratoires) ou entre éléments terminologiques (mots-clés, multi-termes, classifications, index) avec plusieurs milliers d'items. Le recours à une simplification ou à une étude partielle est alors inévitable. Les techniques de partitionnement sont nombreuses, mais très peu d'entre elles tiennent compte de l'aspect transitif inné à la structure de graphe (les amis de mes amis). Le Markov Clustering MCL [17] prend en compte cette caractéristique, puisqu'il permet de détecter des classes limites de sommets qui restent associés. Mais le point de vue de l'utilisateur n'est pas pris en compte, et, dans certains cas, le partitionnement est soit trop fin soit trop grossier (à la limite une seule classe est trouvée). Nous avons voulu offrir à l'utilisateur la possibilité d'intervenir dans la classification et ce par une analyse visuelle des regroupements qui s'opèrent lorsqu'on joue sur les paramètres permettant de dessiner au mieux le graphe. En 2D, la solution trouvée pour simplifier le dessin dépend étroitement du point de départ choisi ou tiré au hasard. Nous avons sensiblement amélioré les conditions initiales de ce dessin en faisant préalablement un tri par blocs diagonaux de la matrice associée au graphe. Mais cela ne suffit pas toujours à obtenir le moins de croisement possible des arêtes. C'est pour cette raison que nous passons temporairement par un dessin en 3D, avant de le réduire, sur sa 3<sup>e</sup> dimension, afin qu'il puisse s'afficher au mieux sur l'écran. La plupart des croisements parasites est ainsi éliminée. Mais les coordonnées 3D représentent mieux la distribution des sommets et donc mieux la topologie du graphe. Si les forces d'attraction sont privilégiées, des grappes peuvent se former et elles tiennent compte des transitivités. Lorsqu'elles ont un sens pour l'utilisateur, globalement ou localement, nous avons alors recours à un partitionnement ou une classification par des techniques classiques déjà implantées par ailleurs dans notre plateforme. Nous pouvons ensuite travailler séparément sur chaque classe ou sur le graphe réduit (véritable modèle réduit du graphe global). Si la classification choisie est hiérarchique, il est même possible de jouer sur la complexité : taille des classes, nombre de sommets du graphe réduit. Cette approche, assez pragmatique, n'est en fait qu'initialisée par un choix interactif de la métrique utilisée, qui se traduit par une distance euclidienne, elle-même définie par l'équilibre des forces utilisées pour réaliser un dessin de graphe harmonieux et conforme à la vision de l'utilisateur. Le plus difficile est alors de trouver les bons réglages pour bien piloter le dessin en fonction d'une étude des caractéristiques du graphe à manipuler.

## 2 Les fonctionnalités de VisuGraph

### 2.1 Liens entre graphes et matrices

Les tableaux de contingence ou de cooccurrence peuvent être considérés comme des matrices valuées attachées à des graphes non orientés. Si la matrice est symétrique, les lignes (ou les colonnes) représentent les sommets du graphe et les éléments de la matrice les arêtes (simultanément présence et valuation de chaque arête). Si la matrice est asymétrique, les lignes et les colonnes représentent deux types différents de sommets, le graphe est alors dit biparti (les arêtes du graphe ne relient, dans ce cas, que des sommets de types différents).

Nous avons développé, en nous inspirant de l'algorithme proposé par Fruchterman, un outil dédié à la visualisation interactive de graphes de grande taille, basé sur la notion d'attraction et de répulsion et paramétrables par l'utilisateur. Cette méthode de restitution est très appréciée par les utilisateurs de Tétralogie, car elle ne nécessite pas de connaissances mathématiques particulières [5]. Le tout est de proposer un graphe à la fois fidèle à la réalité, suffisamment lisible et autorisant des manipulations interactives axées sur la découverte de relations pertinentes et de stratégies. Nous avons testé plusieurs modes de représentation qui permettent d'apprécier à la fois l'importance de chaque sommet et de chaque connexion (arête) dans la structure visualisée. Pour les sommets, il est possible de traduire leur importance (valeur diagonale ou fréquence, norme de leur ligne ou de leur colonne, ...), pour les arêtes leur module avec éventuellement l'application d'un seuil



couronne centrée sur ce représentant. Il est alors possible d'appliquer à nouveau Fruchterman sur ce graphe dont certains sommets sont figés et ce afin de faire apparaître la structure détaillée de chaque classe, mais on atteint ici très vite les limites de la lisibilité sur écran d'ordinateur. Une possibilité de très haute définition est néanmoins disponible dans notre laboratoire : 6 projecteurs vidéo (1440x1024) couplés derrière une station Linux bi core 64 pour une définition totale de 4320 x 2048 et une taille d'écran de plus de 4m x 2m, mais ce n'est plus portable !

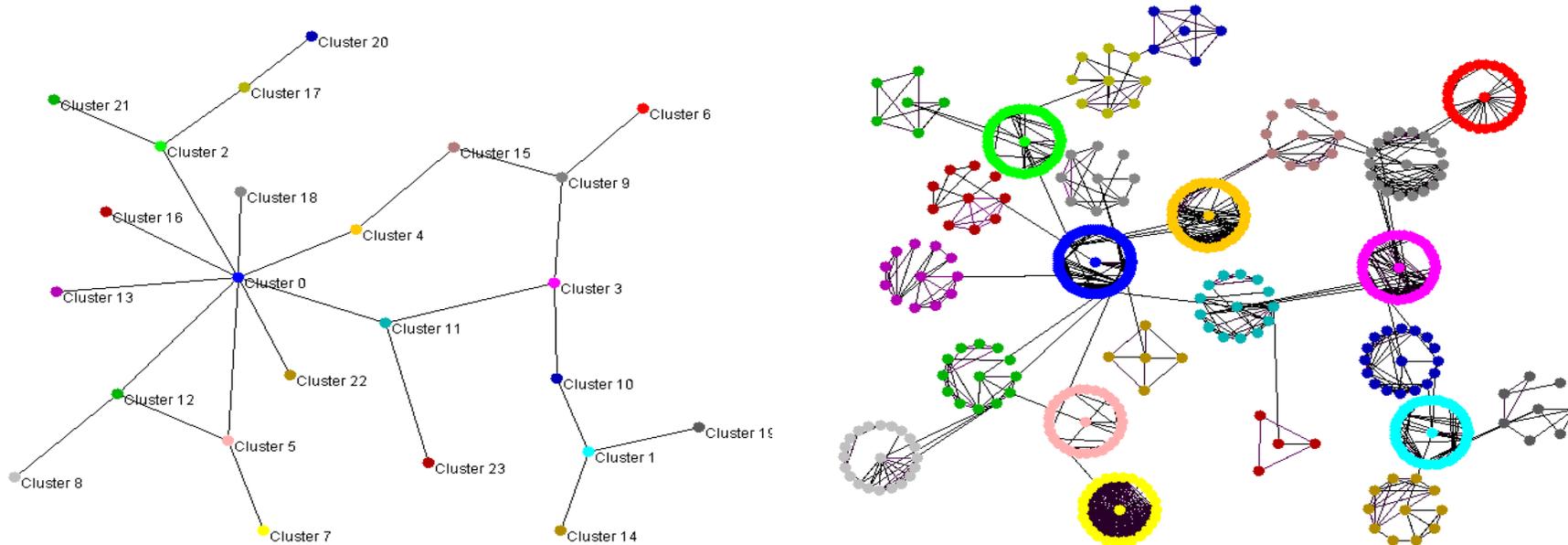


Figure 2: Classification d'un graphe par la méthode MCL (à gauche graphe réduit, à droite graphe global dont un sommet par classe est figé)

## 2.4 Analyse détaillée d'une classe :

Lorsque le graphe réduit est affiché, il est alors possible de demander l'affichage simultané d'une ou de plusieurs classes dans des fenêtres séparées. L'algorithme de dessin de graphe est appliqué à ces sous graphes afin d'en faire apparaître les caractéristiques topologiques remarquables. Nous pouvons donc travailler simultanément sur le positionnement macroscopique de la classe dans le graphe réduit et sur sa structure interne sous sa forme la plus lisible. Afin d'encore mieux lier ces deux approches complémentaires, une option permet de visualiser avec chaque classes les connecteurs qu'elle possède dans les classes voisine du graphe réduit. Il est alors possible d'identifier les éléments de la classe qui sont connectés avec l'extérieur (inter classe) et ceux qui ne sont connectés qu'en interne (intra classe). Dans la figue ci-dessous, on se rend bien compte de ce phénomène, seuls certains éléments périphériques entretiennent des connexions externes, les éléments centraux n'ont par contre aucun lien direct avec l'extérieur. Que penser de la stratégie de collaboration d'un tel cluster, avec qui doit on essayer d'initialiser des liens, qui est l'élément le plus central dans le graphe global, un sommet se distingue car il est le seul à être connecté simultanément à 2 classes du graphe réduit, un autre est lié à trois sommets de la même classe.

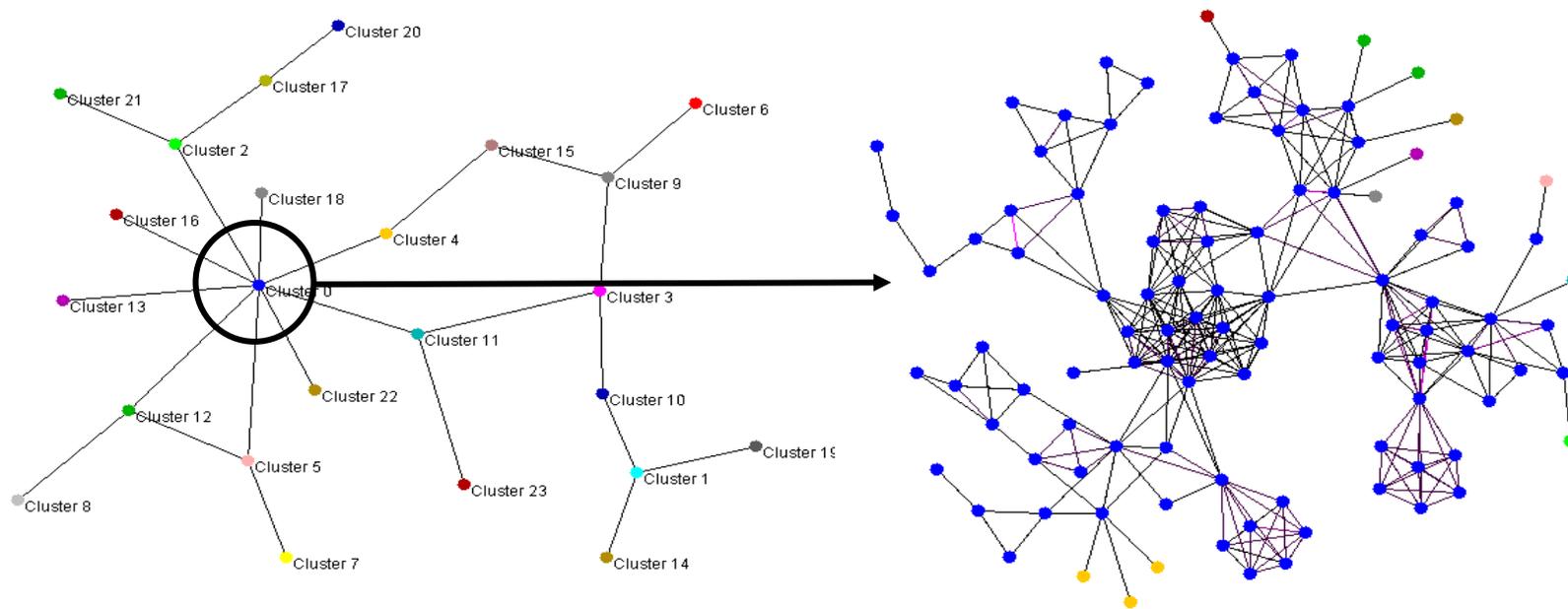


Figure 3: Extraction du cluster 0 et visualisation de ce seul cluster et de ses connecteurs dans les autres classes

## 3 Aide visuelle à la classification

### 3.1 Principe général

Le dessin de graphe pose un certain nombre de problèmes pour son paramétrage en raison de la diversité des configurations rencontrées. En effet, la complexité du graphe (nombre de sommets et d'arêtes), le nombre de classes connexes, le diamètre global, le nombre moyen d'arêtes par sommets, la valuation des arêtes, la taille et la forme de la fenêtre, sont autant d'éléments qui conditionnent la qualité perçue du résultat. Il est difficile d'adapter automatiquement la stratégie de dessin à tous les cas possibles. Nous avons préféré offrir à l'utilisateur la possibilité de régler lui-même certains éléments du modèle d'attraction et de répulsion. C'est ainsi que nous nous sommes aperçu que des choix particuliers privilégiaient le regroupement en « grappes » des sommets fortement liés soit directement (sommets adjacents via une arête de fort module), soit indirectement (plusieurs chaînes possibles entre deux sommets ou une chaîne constituée elle aussi d'arêtes de fort module). La topologie du graphe est donc bien prise en compte dans cette approche, et la gestion des influences de la distance entre deux sommets sur leur positionnement réciproque peut amener à une perception personnelle des regroupements ainsi générés. L'utilisateur peut donc apprécier si les proximités visibles sur le dessin semblent avoir du sens et ainsi définir une métrique particulière adaptée interactivement au cas étudié. Le dessin 3D permet aux sommets de migrer naturellement

vers leurs « voisins » au sens du champ de force généré via ce paramétrage spécifique. Il suffit alors de demander une classification traditionnelle dans R3, basée sur la distance euclidienne entre sommets, pour obtenir soit une partition, soit une hiérarchie.

### 3.2 Paramétrage du modèle attraction – répulsion

Au-delà des procédés visuels utilisés pour faciliter la lisibilité du graphe, il est important de noter que plus le nombre d'entrecouplements d'arcs dans un graphe est limité, plus l'analyse de ce dernier est aisée. Afin d'obtenir un graphe le plus planaire possible, nous proposons de mettre en place une méthode dynamique fondée sur le concept de « placement d'objets dans un champ de force » (« Force Directed Placement » ou FDP) proposés initialement par Tutte [16] et poursuivis entre autres par Eades, Kamada et al et Frick et al. Nous nous baserons sur Fruchterman et al. [5], qui offre une méthode générique de visualisation.

Dans cette perspective, nous proposons d'assimiler les arcs des graphes à des ressorts. Les données exercent des forces les unes sur les autres dont l'intensité dépend de l'écart (pondéré) entre les distances entre elles dans l'espace d'origine et dans l'espace cible.

Le principe repose sur un processus itératif, qui permet de recalculer les positions des sommets en fonction de leur liaison et des forces appliquées, jusqu'à stabilisation. Deux sommets fortement liés se rapprocheront, via la force d'attraction qui leur sera appliquée, contrairement à deux sommets non reliés, pour laquelle seule la force de répulsion sera non nulle, provoquant leur éloignement si ces derniers étaient proches.

A partir d'un état initial où les données sont placées le plus judicieusement possible dans l'espace cible, le système converge vers un état d'énergie minimum pour lequel les contraintes d'interaction entre les données sont satisfaites au mieux.

Notre travail se basant sur des graphes valués, nous proposons une extension des formules proposées par Fruchterman et al. pour prendre en compte la valuation des arcs et la pondération des sommets.

La force d'attraction  $f_a$  (formule [1]) entre deux sommets peut être proportionnelle à la force de leur lien (valuation de l'arc). Pour les sommets  $v_i$  et  $v_j$ , elle est donnée par :

$$f_a(v_i, v_j) = \beta_{ij} \times d_{ij}^{\alpha_a} \times K^{-1} \quad [1]$$

$\beta_{ij}$  est fonction du poids de l'arc  $(v_i, v_j)$  et du poids des sommets  $v_i$  et  $v_j$ . La constante  $K$  est calculée en fonction de l'aire du dessin et du nombre de sommets du graphe et  $d_{ij}$  est la distance euclidienne entre  $v_i$ ,  $v_j$ . Si les sommets  $v_i$ ,  $v_j$  ne sont pas reliés par un arc alors  $f_a(v_i, v_j) = 0$ . La force de répulsion  $f_r$  (formule [2]) entre deux sommets  $v_i$  et  $v_j$  est définie par :

$$f_r(v_i, v_j) = -\beta_{ij} \times d_{ij}^{-\alpha_r} \times K^2 \quad [2]$$

La variable  $\alpha_r$ , respectivement  $\alpha_a$ , est une constante qui sert à définir le degré d'attraction (respectivement répulsion) entre deux sommets. Les valeurs des paramètres  $\alpha_r$ ,  $\alpha_a$ ,  $\beta_{ij}$  permettant la mise en place d'un graphe lisible, ont été définies expérimentalement, minimisant les croisements d'arcs et maximisant la visibilité des clusters.

### 3.3 Choix de la métrique en fonction de la qualité des regroupements

Le problème est ici d'établir un premier dessin du graphe en 3D, si possible à partir d'une configuration favorable, c'est-à-dire d'une implantation initiale des sommets qui tient déjà compte de la topologie du graphe. Pour se faire nous trions préalablement la matrice du graphe par blocs diagonaux, afin que les clusters de sommets soient déjà contigus et que les connexions entre clusters soient en grande partie celles qui seront visibles dans le graphe réduit. Ensuite, nous répartissons les sommets sur une ellipse dans l'ordre trouvé afin d'initialiser au mieux le dessin. Le dessin est tout d'abord réalisé avec les paramètres d'attraction-répulsion initiaux. Ensuite, l'utilisateur cherche à former des clusters facilement détectables sur le dessin, comme dans la figure suivante.

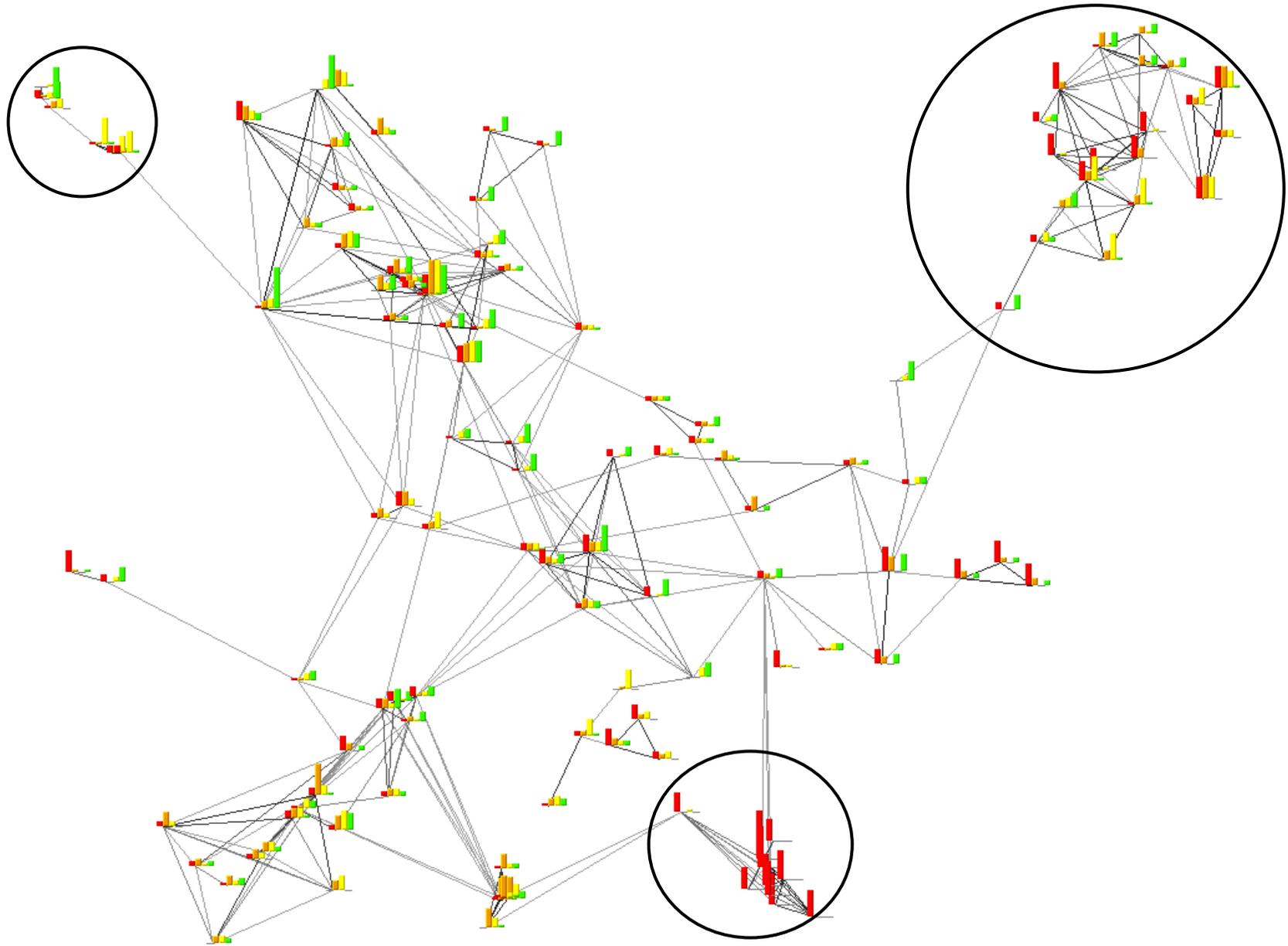


Figure 4: Visualisation (avec histogramme d'évolution) du graphe dessiné en 3D après renforcement de l'attraction

### 3.4 Classification du dessin 3D

Les coordonnées 3D du dessin sont alors exportées vers un programme de classification. Dans l'exemple suivant, nous avons choisi une classification ascendante hiérarchique qui conduit à un arbre planaire décrivant la dépendance entre les classes obtenues. Le contenu de chaque classe peut alors être détaillé. Des sommets virtuels peuvent être ajoutés, comme ici, pour simuler l'emplacement des repères temporels liés aux différentes périodes. La classification tient alors compte, plus ou moins, de l'évolution du graphe en fonction de l'intensité des liens attribués à ces sommets particuliers.

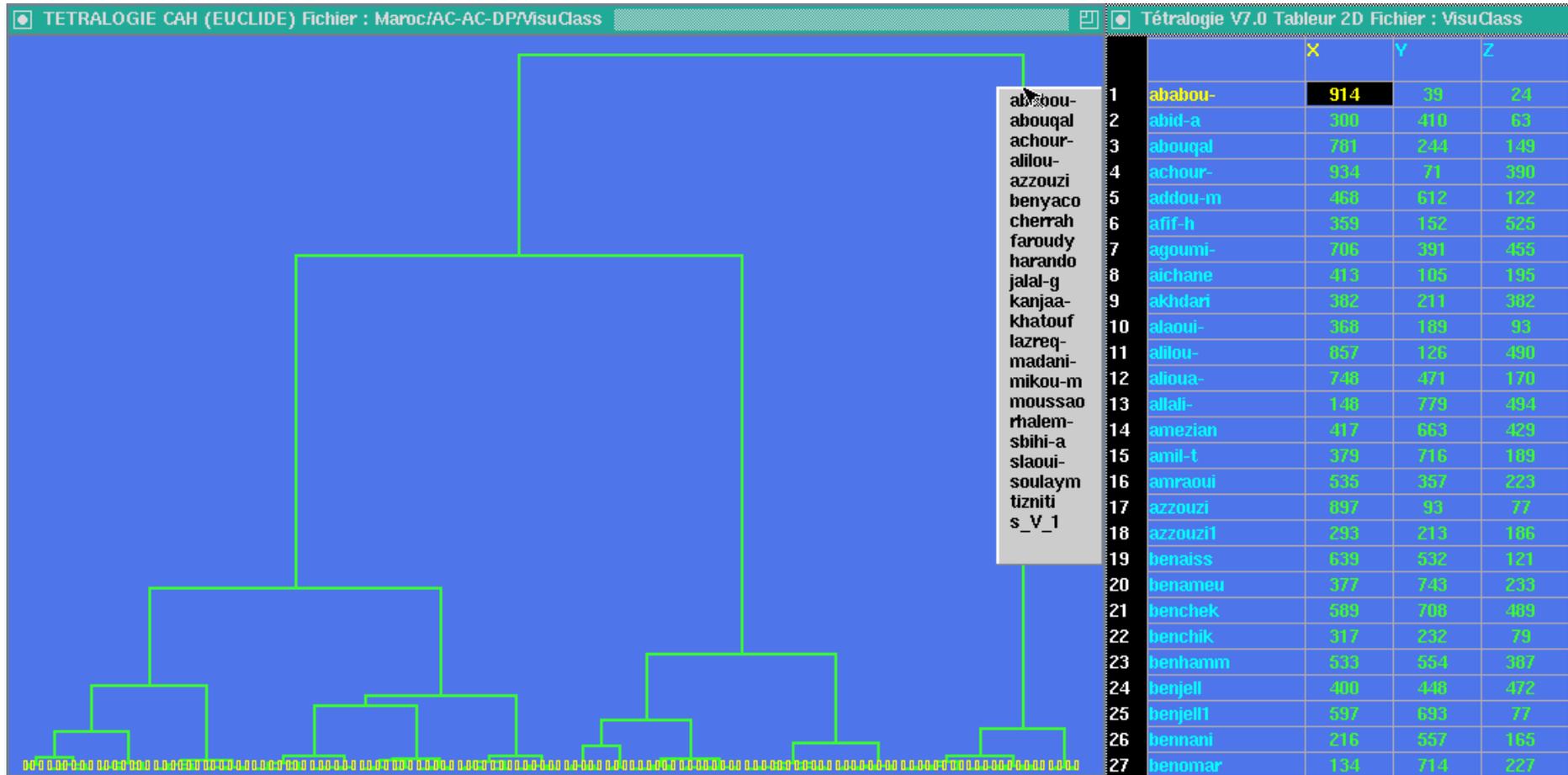


Figure 5: Arbre planaire et coordonnées 3D correspondant au graphe de la figure 4

Il est possible de manipuler l'arbre correspondant à la classification : zoom après choix d'un niveau de coupure, détail d'une classe, affichage par survol du nom de chaque sommet, récupération des caractéristiques de la classification dans un fichier historique, exportation du résultat.

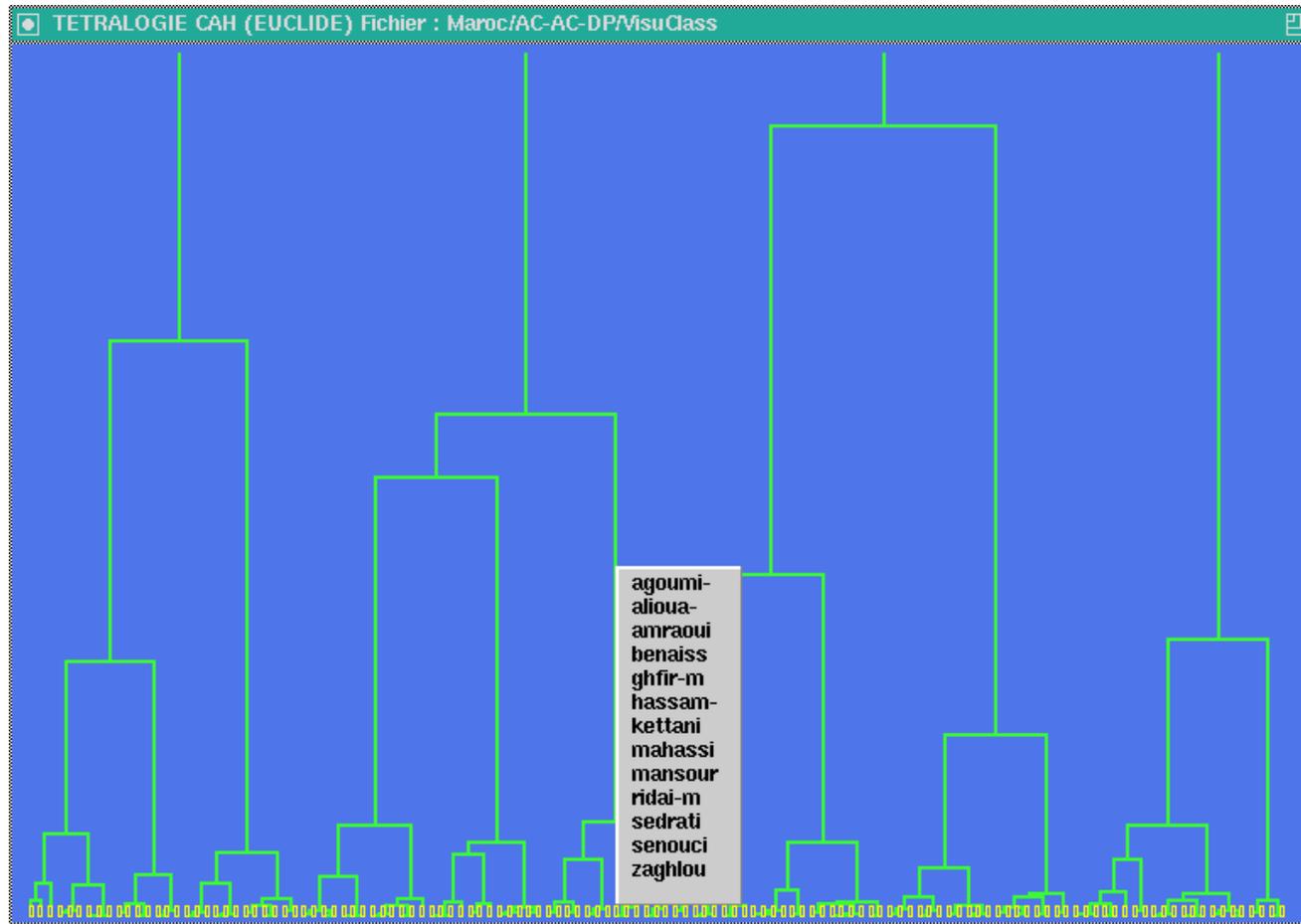


Figure 6: Zoom sur l'arbre planaire et affichage du contenu d'une classe

### 3.5 Affichage de la classification obtenue

Après avoir importé le résultat de la classification dans le module de dessin de graphe, il est possible d'obtenir un dessin qui fait ressortir chaque classe par coloration. Plusieurs fonction de navigation sont alors proposées : graphe réduit, détail des sommets d'une classe, dessin d'une classe et de ses connecteurs appartenant aux autre classes, affichage des noms longs ou courts, ... Si dessous, exemple d'un partitionnement en 22 classes. Un sommet est figé pour chaque classe Le dessin de graphe est ensuite relancé, jusqu'à ce que la topologie des différentes classes devienne suffisamment lisible afin de bien rendre compte de leurs relations stratégiques en interne comme en externe.

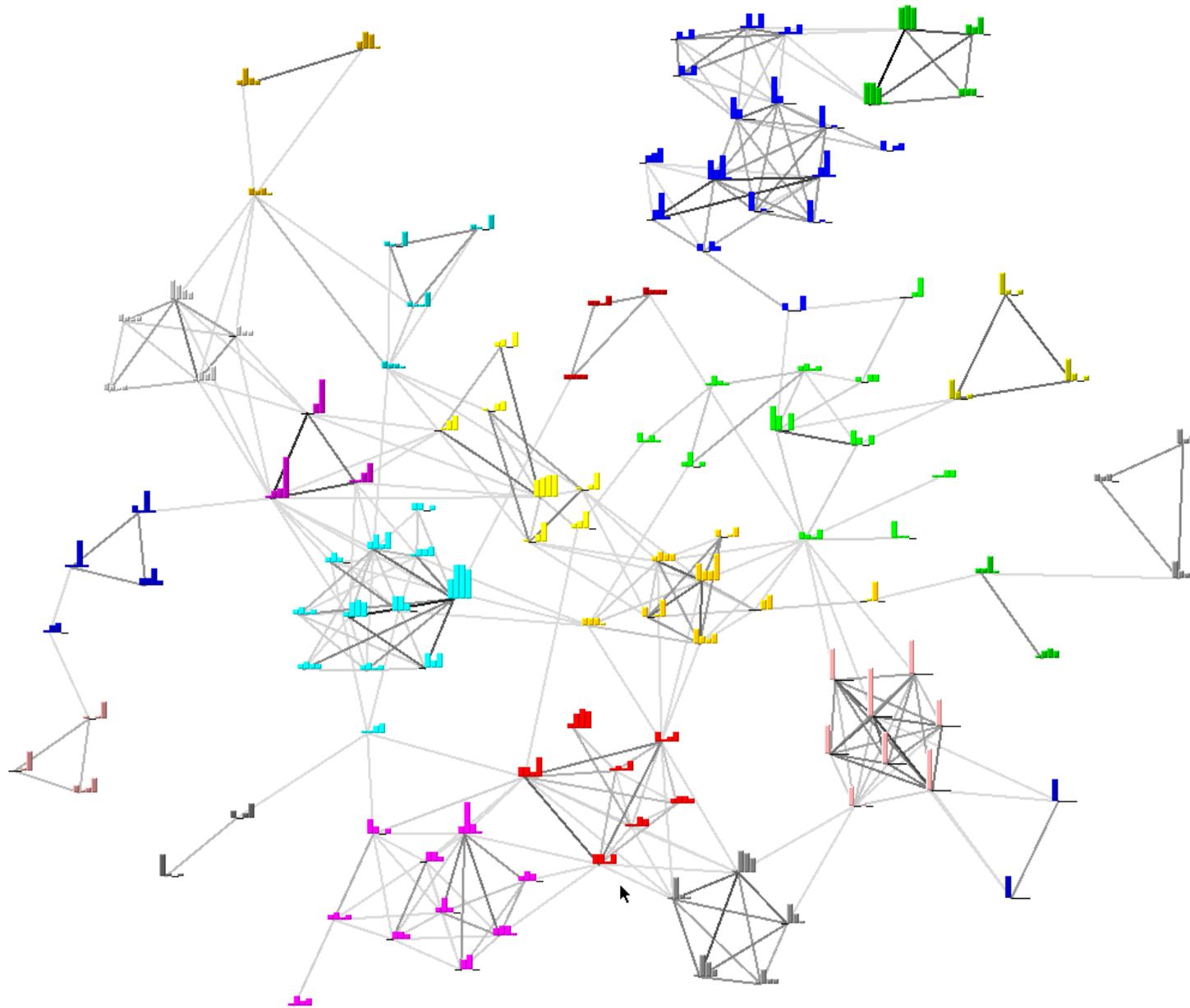


Figure 7: Affichage coloré des classes après importation du résultat de la classification

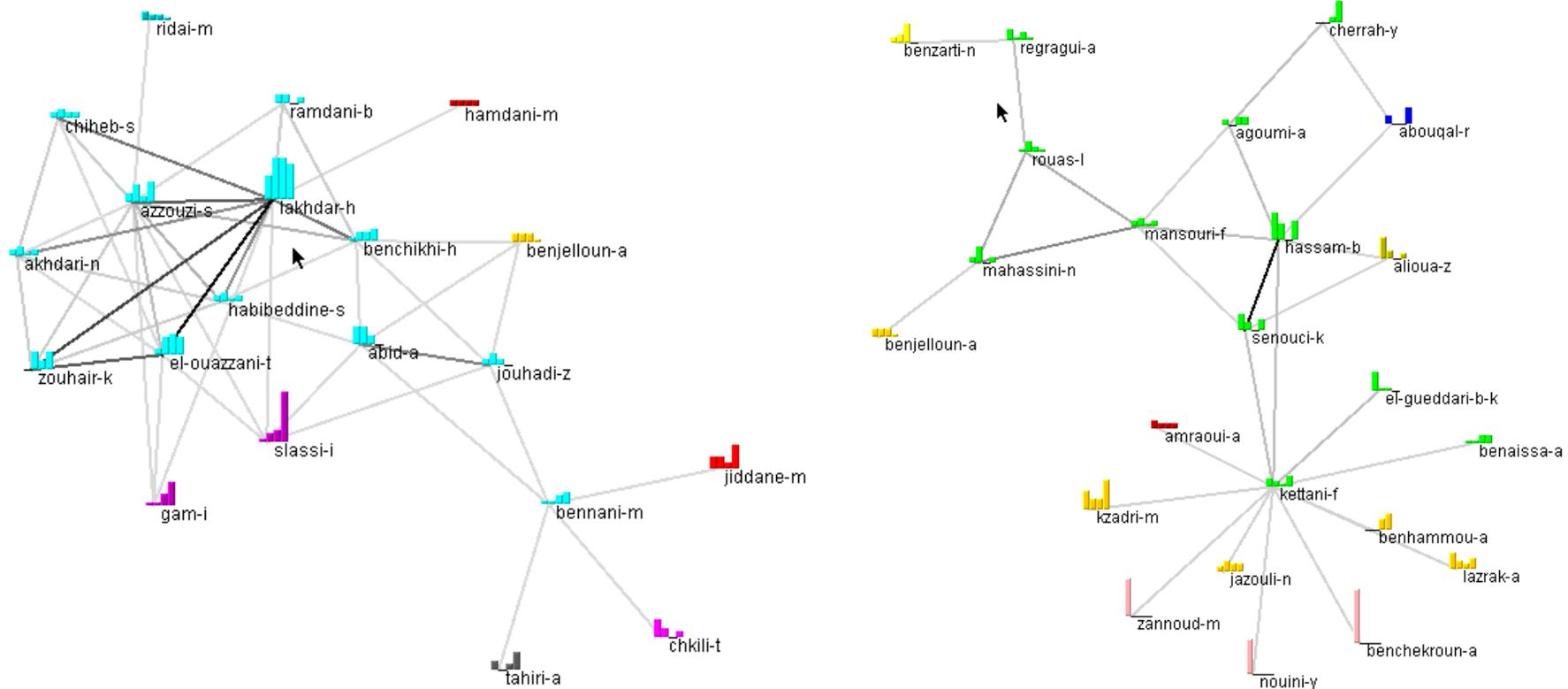


Figure 8: Extraction de deux classes visualisées avec leurs connecteurs dans les autres classes et les labels des sommets

L'intérêt de pouvoir visualiser les connecteurs d'une classe dans les classes voisines est, ici, bien mis en évidence, à gauche comme à droite un seul acteur est responsable de la majorité des connexions avec l'extérieur. D'où une position stratégique difficile à mettre en évidence sans classification. L'histogramme d'évolution traduit, quant-à lui, l'appartenance d'un sommet à une ou plusieurs périodes d'observation. Les acteurs entrants ou ceux qui disparaissent sont facilement détectés ainsi que leurs classes éventuelles. Idem pour les acteurs qui se maintiennent. Nous identifions et analysons donc les éléments stratégiques sous 3 axes complémentaires : le relationnel, l'évolutif et le clustering. Une autre façon de comprendre les enjeux stratégiques issus du relationnel est de se limiter au modèle réduit défini par le graphe réduit. Les classes deviennent alors des sommets, et les arêtes sont présentes si deux classes sont connectées. La situation privilégiée d'une classe est alors parfaitement détectable dans un graphe qui ne comporte plus qu'une vingtaine de sommets. Ci-dessous le graphe réduit correspondant au graphe global de la figure 7.

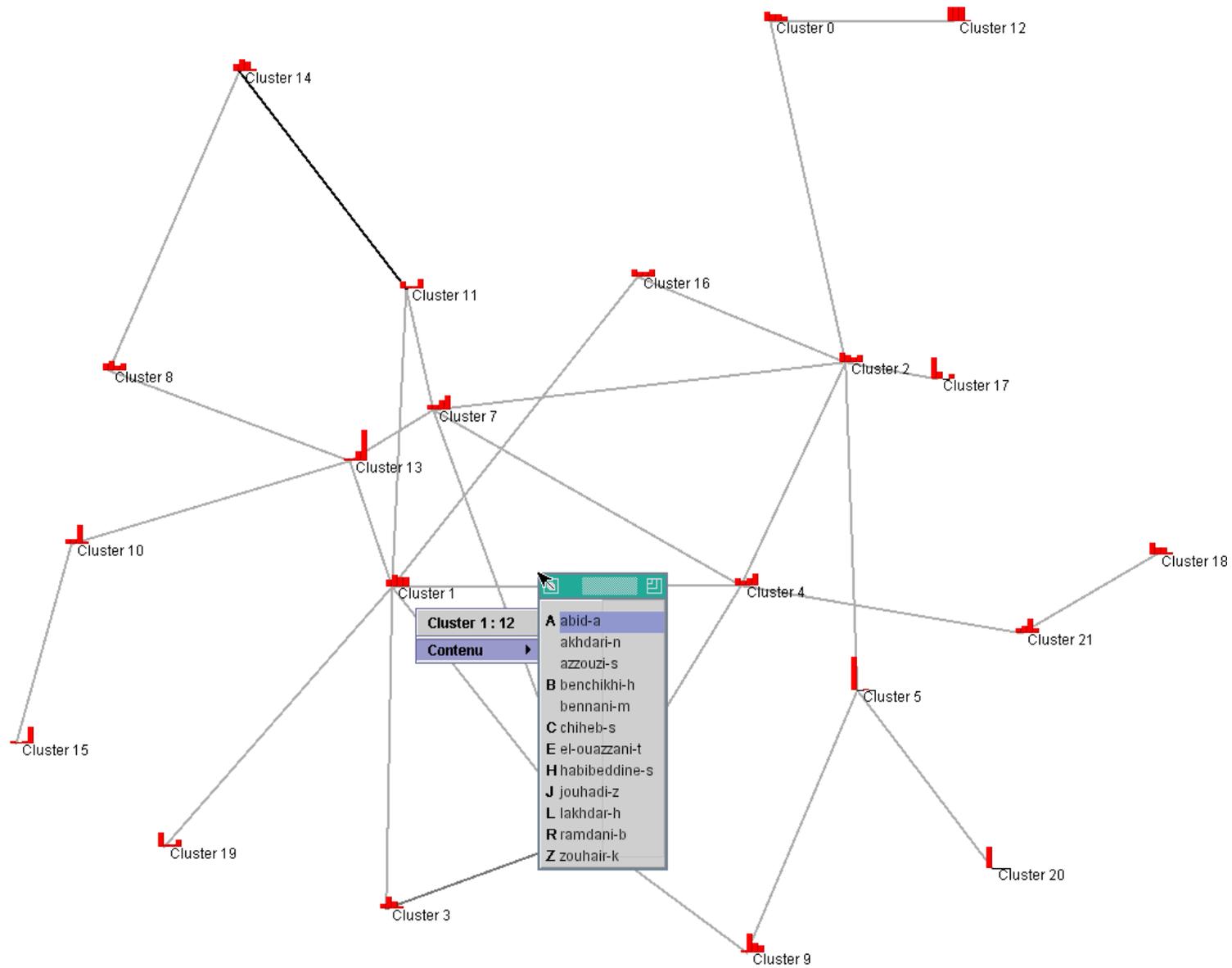


Figure 9: Visualisation du graphe réduit (avec histogramme d'évolution) et détail du contenu de la classe n°1

## 4 Conclusion

L'objectif principal de l'intelligence économique est de décrypter l'environnement afin d'améliorer le processus de décision. Or l'environnement est complexe et évolutif, il fait intervenir de nombreux acteurs ayant des caractéristiques spécifiques et surtout des relations qui sous-tendent des stratégies, des ententes, des dangers à intégrer dans la connaissance du terrain et à tenir à jour. De très nombreuses méthodes d'analyse sont disponibles mais elles souffrent d'un même mal, leur aspect élitiste ne permet pas d'en diffuser facilement les résultats. Il est donc nécessaire de recourir à des experts afin de piloter ces méthodes et de restituer, sous forme assimilable, l'information ainsi découverte, ce qui représente bien souvent un frein à l'extraction de connaissance. Notre approche actuelle de l'IE est de développer des outils intuitifs, facilement pilotables par l'utilisateur lambda, mais qui privilégient son intuition, ses connaissances propres et son point de vue spécifique. C'est ainsi que nous avons développé un portail dédié à l'IE, qui permet de mettre en ligne des préconnaissances sous forme de relations entre les acteurs et la terminologie d'un domaine d'activité bien ciblé (de recherche, technologique, commercial, financier, territorial). L'utilisateur ayant tout loisir pour naviguer en ligne sur ce qui constitue son environnement propre : ses centres d'intérêt (ses produits, ses marchés, ses concurrents et leurs substituts éventuels). Dans le même ordre d'idées, nous proposons une visualisation et une classification interactive des réseaux relationnels mis à jour par le traitement de ces mêmes données. Le but est ici, non pas de faire confiance à telle ou telle méthode de structuration, mais de proposer une aide visuelle à la recherche de regroupements qui ont du sens et des métriques qui permettent de les identifier, de les décrire, d'en analyser la structure interne et les relations qu'ils entretiennent entre eux. Il faut s'affranchir des problèmes de complexité, permettre la focalisation sur des points de détail, proposer une vue générale et synthétique, identifier les éléments clés, pouvoir naviguer depuis un élément de référence, ...

Nous proposons, par le recours aux techniques traditionnelles de la classification et par le choix d'une métrique traduisant le point de vue de l'utilisateur, de décomposer un graphe en classes fonctionnelles qui ont du sens. Le choix visuel du bon réglage du positionnement des sommets dans l'espace permet de montrer les relations les plus significatives, en se basant sur la notion classique de distance euclidienne. Le graphe traduit la réalité dans toute sa complexité, la classification permet, d'un côté, d'en extraire la macro structure et, de l'autre, d'en identifier, isoler et connaître ses composantes homogènes. Le décideur mis devant un graphe fait appel à toutes ses connaissances implicites (qu'il partage rarement) il est donc le seul habilité à l'interprétation. Il connaît ses cibles, les indices du changement, les stratégies en cours, il peut donc intégrer instantanément ce qu'il voit sur le graphe à ses scénarios et ainsi affiner sa position. En situation, le dessin de graphe est le moyen de communication le mieux perçu par les décideurs, car il simule très bien leur façon d'analyser leur domaine aussi bien pour les relations entre tous les acteurs, qu'avec le sujet lui-même.

## 5 Bibliographie

- [1] **A. Benammar**. Utilisation des métriques pour la détection des liens et leur visualisation graphique. **DEA de l'image et du langage, Université Paul Sabatier, IRIT**, 1999.
- [2] **L. Carmel, D. Harel, Y. Koren**: Combining Hierarchy and Energy Drawing Directed Graphs. **IEEE Transactions on Visualisation and Computer Graphics** 10 (1), 46-57 (2004)
- [3] **C. Chen**, Searching for intellectual turning points: Progressive knowledge domain visualization. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America** PNAS, 2004.
- [4] **B. Dousset** : Visualisation interactive d'informations endogènes extraites de grands corpus hétérogènes. **Journée visualisation de l'information INIST-INRIA-LORIA** (Nancy France), 19 février 2003.
- [5] **T.M.J. Fruchterman., E.M. Reingold** EM : Graph drawing by force\_directed placement. **Software – Practice and experience**, 21, p. 1129-1164, 1991.
- [6] **R. Gimeno, P. Mitrano**. Théorie cartographique et sémiologie graphique. [http://www.sciences-po.fr/cartographie/cartographie\\_html](http://www.sciences-po.fr/cartographie/cartographie_html), 2001.
- [7] **S. Karouach, B. Dousset** : Les graphes comme représentation synthétique et naturelle de l'information relationnelle de grande taille. **Workshop sur la recherche d'information : un nouveau passage à l'échelle, associé à INFORSID'2003**, (Nancy France), 3-6 juin 2003.

- [8] **S. Karouach** : Système de visualisations interactives pour la découverte de connaissances. **Thèse en informatique de l'Université Paul Sabatier**, (Toulouse III France), juillet 2003.
- [9] **S. Karouach, B. Dousset** : Manipulation de graphes de grande taille pour l'étude des réseaux d'acteurs et des réseaux sémantiques. **10ièmes journées d'études sur les systèmes d'information élaborée: Bibliométrie - Informatique stratégique - Veille technologique**, (Ile Rousse Corse France), CD-ROM, 13-17 juin 2005.
- [10] **Y. Koren**: Graph Drawing by Subspace Optimization. **IEEE TVGC Symposium on Visualization**, 65-74, (2004)
- [11] **P. Kuntz, F. Henaux**. Numerical comparison of two spectral decomposition for vertex clustering. **Data Analysis, Classification and Related Methods, Proc. Of IFCS'2000, Springer Verlag**, pp.581-586, 2000,
- [12] **E. Loubier, S. Carbonnel** : VisuGraph : Un outil d'exploration de données relationnelles évolutives. **INFORSID 2007**, 2007.
- [13] **M. Marshall**. Methods and tools for the visualization and navigation of graphs. **Thèse, Département de mathématiques et d'informatique, Université de Bordeaux**, (France), juin 2001.
- [14] **G. Meghabghab**. Discovering authorities and hubs in different topological Web graph structures. **Information Processing & Management**, vol. 38 (1), pp 111-140, 2002.
- [15] **M. Patrignani**. Visualization of large graphs. **Thèse de doctorat, Università di Roma « La Sapienza »**, 2001.
- [16] **W.T. Tutte**: How to draw a graph. **Proceedings London Mathematical Society**, Volume 13, p. 743-768, 1963.
- [17] **S. Van Dongen**. Graph Clustering by Flow Simulation. **Thèse de l'université d'Utrecht**, Allemagne, May 2000.